UNAM POSGRADO Astrofísica

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2022-II
Fecha de examen: jueves 11 de noviembre de 2021
14:00–15:30

Astronomía General

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1.5 hora.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**
- **Al terminar el examen:**
  1. Digitalizar sus respuestas (por ejemplo, tomando una foto con el celular).
  2. Mandar la versión digitalizada a `heike@astro.unam.mx`

1. La siguiente tabla lista las magnitudes aparentes y las distancias desde la Tierra a tres estrellas de Casiopea. ¿Cuál es el orden de luminosidad, de menos brillante a más brillante, de estas estrellas?

Estrella	Magnitud aparente	Distancia [parsec]
I	2.24	70
II	2.28	17
III	3.37	126

   a) II, III, I
   b) III, II, I
   c) II, I, III
   d) I, III, II

2. La galaxia NGC 300 se encuentra a 1.2 Mpc. ¿Cuál es su módulo de distancia?
   a) 1.2
   b) 8.2
   c) 15.3
   d) 25.4

3. La longitud de onda que corresponde a la intensidad máxima del espectro del Sol es 5026 Å y la temperatura efectiva del Sol es 5770 K. ¿Cuál es la longitud de onda que corresponde a la intensidad máxima del polvo de un disco circunestelar que se encuentra a la temperatura de 70K en micras?
   a) 40 micras
   b) 70 micras
   c) 125 micras
   d) 400 micras

4. El periodo de rotación de una pareja binaria es 1 año, y la distancia de una estrella a su compañera, es de una unidad astronomica. Si la masa de una de las estrellas es 0.5 $M_\odot$. ¿Cuál es la masa de la compañera?
   a) 1 M(Tierra)
   b) 2 $M_\odot$
   c) 0.5 $M_\odot$
   d) 1 M(Júpiter)

5. La luminosidad de una estrella de 5 $M_\odot$ en la secuencia principal es de $200L_\odot$ por lo que su duración en esa fase, es:

   a) 2.5×10^8 años
   b) 2.5×10^7 años
   c) 2.5×10^9 años
   d) 2.5×10^{10} años

6. La secuencia principal es la fase más prolongada de la vida de las estrellas y corresponde a cuando en el centro de la estrella está ocurriendo:

   a) la quema de Hidrógeno en Helio.
   b) la quema de Helio en Carbono.
   c) la quema de elementos mas pesados que el Hidrógeno y el Helio.
   d) la quema de Hidrógeno y de Helio.

7. ¿Porqué se utilizan las variables tipo cefeida para determinar las distancias?

   a) Porque tienen prácticamente el mismo tamaño.
   b) Porque todas son del mismo brillo.
   c) Porque son muy brillantes, y su brillo se puede determinar a partir de su periodo.
   d) Porque son de color rojo y son muy fáciles de localizar a grandes distancias.

8. Las nubes moleculares son regiones que, comparadas con la atmósfera de la Tierra, tienen:

   a) alta densidad y alta temperatura.
   b) baja densidad y baja temperatura.
   c) alta densidad y baja temperatura.
   d) baja densidad y alta temperatura.

9. Se observa que una estrella de tipo espectral B0 V que tiene un índice de color $B-V= 0.20$. Considerando que el color intrínseco de una estrella B0 es -0.2, el exceso de color y la absorción en magnitudes A_v que tiene esta estrella son:

   a) E(B-V) = 0.4 mag, A_V=1.2 mag
   b) E(B-V) = -0.4 mag, A_V=1 mag
   c) E(B-V) = 0 mag, A_V=12 mag
   d) E(B-V) = 0.4 mag, A_V=12 mag

10. El espectro característico de una region HII consiste de:
    a) contínuo muy débil y líneas de emisión intensas.
    b) un contínuo plano.
    c) un contínuo tipo cuerpo negro, con líneas en absorción.
    d) espectro tipo estelar con líneas en emisión.

11. En un diagrama HR de un cúmulo galáctico. ¿Qué elemento se utiliza para determinar la edad de los cúmulos?
    a) La magnitud de las estrellas más brillantes.
    b) La magnitud de las estrellas más débiles.
    c) El color más azul de las estrellas en la secuencia principal.
    d) El color más rojo de las estrellas en la secuencia principal.

12. La ley de de Vaucouleurs, conocida como $R^{-1/4}$, se aplica a galaxias elípticas y describe, para estas galaxias:
    a) la masa de las galaxias.
    b) el brillo superficial como función de la distancia a centro.
    c) la rotación galáctica.
    d) la existencia de materia oscura.

13. La diferencia principal entre las galaxias Seyferts 1 y 2 es:
    a) Sus edades.
    b) La presencia, o no, de brazos espirales, respectivamente.
    c) La presencia, o no, de un nucleo compacto, respectivamente.
    d) La visibilidad, o no, de la lineas anchas de HI (Balmer), HeI y HeII.

14. ¿Qué datos se necestian conocer de las galaxias para determinar la ley de expansión de Hubble?
    a) Distancia determinada por medio de cefeidas y velocidad radial.
    b) Paralaje trigonométrica y velocidad radial.
    c) Paralaje espectroscópica y movimiento propio.
    d) Distancia determinada por medio de RR Liras y velocidad radial.

15. Considera dos galaxias lejanas con velocidades de recesión de 1100 km/s y 6900 km/s, localizadas a 15 Mpc y 90 Mpc, respectivamente. De estas observaciones, el valor que se deriva para la Constante de Hubble es:

    a) 10 km/s /Mpc

    b) 50 km/s /Mpc

    c) 75 km/s /Mpc

    d) 500 km/s /Mpc

Constantes Físicas y Factores de Conversión

Velocidad de la luz	c	3.00×10^{8} m s^{-1}
Carga del electrón	e	1.60×10^{-19} C
Masa del electrón	m_e	9.11×10^{-31} kg
Constante de Planck	h	6.63×10^{-34} J s^{-1}
	$\hbar$	1.054×10^{-34} J s^{-1}
	h	4.14×10^{-15} eV s
	hc	12.4 keV Å
Constante de gravedad	G	6.67×10^{-11} N m^{2} kg^{-2}
Permitividad del vacío	ϵ_0	8.85 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^{2}
Permeabilidad magnética del vacío	μ_0	1.26×10^{-6} m kg C^{-2}
Número de Avogadro	N_A	6.02×10^{23} mol^{-1}
Constante de Boltzmann	k	1.38×10^{-23} J K^{-1}
Constante de los gases	R	8.31 J K^{-1} mol^{-1} 1 kmol= $10\frac{1}{2}$mol
Magnetón de Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	5.788×10^{-9} eV G^{-1}.
Electrón volt	1 eV	1.602×10^{-19} J
Joule	J	10^{7} erg
Angstrom	A	10^{-10} m = 0.1 nm
statvolt/cm (campo el'ectrico)	statv/cm	3×10^{4} volt/m (1 volt/m = 1 N/C)
Atm'osfera	atm	$= 1.01325\,\text{bar} = 101,325\,\text{Pa}$

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2022-II
Fecha de examen: viernes 12 de Noviembre 2021
11:00–12:00

Física térmica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1 hora.
- El examen consta de 3 problemas.
- Su calificación se basará en las 2 mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**
- **Al terminar el examen:**
  1. Digitalizar sus respuestas (por ejemplo, tomando una foto con el celular).
  2. Mandar la versión digitalizada a `heike@astro.unam.mx`

Problema 1.

Muestra que si dos cuerpos de capacidades caloríficas C_1 y C_2 a temperaturas T_1 y T_2 son llevados a la misma temperatura T mediante una máquina térmica reversible, entonces:

$$\ln T = \frac{C_1 \ln T_1 + C_2 \ln T_2}{C_1 + C_2}.$$

Sugerencia: Considera los dos cuerpos como un sistema aislado.

Problema 2.

Un mole de un gas monoatómico ideal está inicialmente a una temperatura T_0 y se expande de un volumen inicial V_0 a un volumen final $2V_0$ bajo dos condiciones diferentes: (a) a temperatura constance, y (b) a presión constante. Calcula el trabajo W realizado en la expansión y el calor absorbido por el gas en cada caso.

Nota: en el segundo caso, hay que calcular el incremento de energía interna y se puede usar $c_v = \frac{3}{2}R$ para calcularla.

Problema 3.

Considere un sistema con solo dos estados posibles. Un estado con energía igual 0 y otro estado con energía $\epsilon > 0$. Utilice la distribución de Boltzmann para calcular la energía media $< E >$ del sistema en función de su temperatura. Grafique el comportamiento de $< E >$ con la temperatura T para valores entre $T = 0$ y $T \gg 0$. Explique el comportamiento de $< E >$ con T.

UNAM POSGRADO Astrofísica

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2022-II
Fecha de examen: jueves 12 de Noviembre 2021
12:30–13:30

Mecánica Cuántica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1 hora.
- El examen consta de 3 problemas.
- Su calificación se basará en las 2 mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**
- **Al terminar el examen:**
  1. Digitalizar sus respuestas (por ejemplo, tomando una foto con el celular).
  2. Mandar la versión digitalizada a `heike@astro.unam.mx`

Problema 1.

Considere una partícula de masa m y carga q, sin spín, en un campo magnético B uniforme en la dirección z: $\bar{B} = (0, 0, B)$. Escogemos un potencial electromagnético $\bar{A} = (0, Bx, 0)$ en la dirección y, que nos de $\bar{B} = \nabla \times \bar{A}$, y el hamiltoniano queda:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m}(\hat{\bar{p}} - q\hat{\bar{A}})^2 = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{1}{2m}\Big(\hat{p}_y - qB\hat{x}\Big)^2 + \frac{\hat{p}_z^2}{2m}$$

donde $\hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$, $\hat{p}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}$ y $\hat{p}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}$ son las componentes del operador momento en las direcciones x, y y z respectivamente, y $\hat{x}$ es el operador de posición en la dirección x.

1. Desarrolle el binomio al cuadrado en $\mathcal{H}$ (¿Por qué $\hat{p}_y$ y $\hat{x}$ conmutan?)

2. Muestre que los operadores $\hat{p}_y$ y $\hat{p}_z$ conmutan con $\mathcal{H}$, y por lo tanto tienen eigenfunciones comunes con $\mathcal{H}$, y la ecuación de eigenvalores $\mathcal{H}\Psi(x, y, z) = E\Psi(x, y, z)$ es separable en funciones de las variables x, y y z:

$$\Psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) = X(x)e^{ip_y y/\hbar}e^{ip_z z/\hbar}$$

   donde p_y y p_z son los eigenvalores del momento en y y z.

3. Complete el cuadrado en x y encuentre los eigenvalores de $\mathcal{H}$.

4. En el caso clásico una partícula con carga q giraría alrededor de las líneas del campo magnético en una hélice. ¿Qué nos dice la mecánica cuántica en este caso?

Problema 2.

En teoría de información cuántica un operador muy utilizado es el “Hadamard gate”, que puede representarse por la matriz:

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. ¿Es este operador Hermitiano y unitario?

2. ¿Encuentre los eigenvalores y los eigenvectores de este operador.

Problema 3.

Considere una partícula sujeta al pozo $V(x) = -V_0\delta(x)$, donde $\delta(x)$ es la función "delta" de Dirac.

1. Si la energía de la partícula es positiva, $E > 0$, resuelve la ecuación del hamiltoniano para este sistema, encontrando las energías y las funciones de onda.
2. Para energías positivas, calcule los coeficientes de reflexión y transmisión.
3. ¿Cuáles condiciones favorecen un alto coeficiente de reflexión?

Ayuda: La presencia de la función δ complica el cálculo de las derivadas. Considere aplicar la formula:

$$\left.\frac{d}{dx}\psi(x)\right|_{x=0} = \lim_{\epsilon\to 0}\int_{-\epsilon}^{+\epsilon}\frac{d^2}{dx^2}\psi(x)dx = \lim_{\epsilon\to 0}\left(\left.\frac{d}{dx}\psi(x)\right|_{x=+\epsilon} - \left.\frac{d}{dx}\psi(x)\right|_{x=-\epsilon}\right)$$

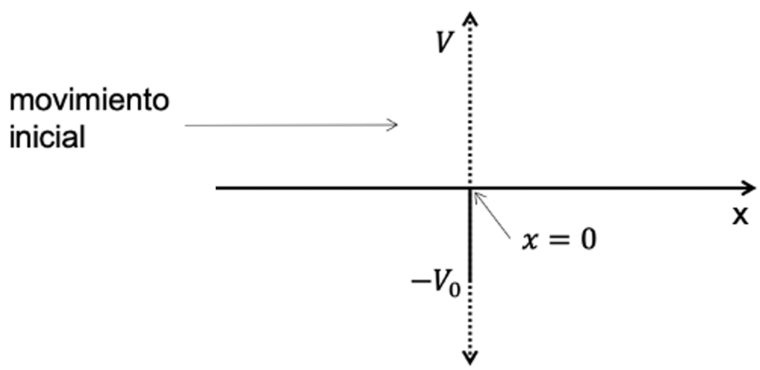

Figura 1: Figura del problema 3

UNAM POSGRADO Astrofísica

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2022-II
Fecha de examen: jueves 11 de noviembre 2021
11:00–12:00

Mecánica Clásica

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: **1** hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Su calificación se basará en las **2** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**
- **Al terminar el examen:**
  1. Digitalice sus respuestas (por ejemplo, tome una foto con el celular).
  2. Mandar la versión digitalizada a `heike@astro.unam.mx`

Nota. *En cada problema que resuelva enuncie los principios o leyes de la mecánica clásica que está utilizando y explique por qué se aplican en ese caso en particular.*

Problema 1

Una partícula de masa m se encuentra amarrada en un extremo de una barra de longitud l y masa despreciable sobre un plato giratorio en un plano horizontal. El otro extremo de la barra está conectada a un punto fijo P en el plato, y la distancia entre P y el centro del plato en O es b (ver Figura 1). La barra puede moverse libremente alrededor de P en el plano horizontal. El plato gira alrededor de un eje vertical que pasa por O con velocidad angular constante ω.

1. Escriba la posición (x, y) de la partícula en términos de b, l, ω y θ, donde θ es el ángulo que hace la barra con OP.

2. Halle la Lagrangiano del sistema. ¿Cuál(es) son la(s) coordinada(s) generalizada(s) del sistema?

3. Escriba la ó las ecuaciones de movimiento de la partícula.

Problema 2

Una tabla horizontal se mueve en un plano horizontal con un movimiento oscilatorio de amplitud L. Si la frecuencia de las oscilaciones es Ω, calcula el valor mínimo del coeficiente de fricción μ necesario para que un bloque colocado sobre la tabla no se mueva cuando la tabla está en movimiento.

Problema 3

1. Demuestre que la ecuación de movimiento de un péndulo simple en el plano (r, θ) es

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{r} \sin\theta = 0$$

2. ¿A qué se reduce esta ecuación diferencial en el caso de ángulos pequeños? ¿Cuál es la solución general en este caso simplificado?

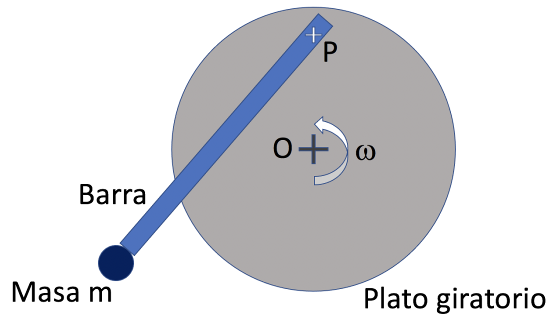

Figura 1: Figura del problema 1: descripción de la situación vista desde arriba del plano horizontal. Tanto el plato giratorio como la barra están en el plano horizontal. Es importante notar también que esta figura corresponde a un momento especial cuando los puntos O y P estan alineados a lo largo del eje (Oy). Sin embargo, dado que el punto P gira alrededor de O junto con el resto del plato giratorio, en cualquier otro tiempo, los puntos O y P **no** estarán alineados a lo largo del eje (Oy).

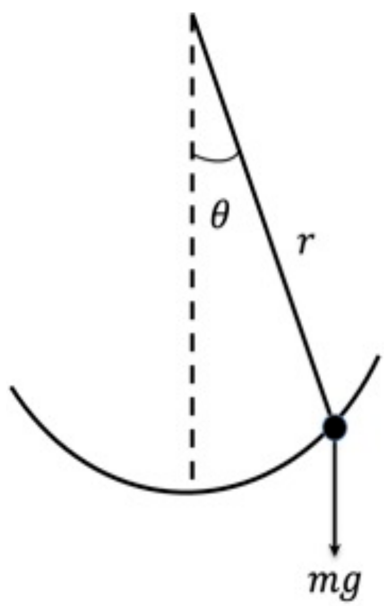

Figura 2: Figura del problema 3: el péndulo visto en el plano (r, θ).

POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Examen de Admisión
para ingresar al semestre 2022-II
Fecha de examen: jueves 11 de noviembre de 2021
12:30–13:30

Electromagnetismo

INSTRUCCIONES

- Duración del examen: 1 hora.
- El examen consta de **3** problemas.
- Su calificación se basará en las **2** mejores respuestas.
- Responder los problemas en hojas separadas escritas por una sola cara.
- **No olvidar escribir su clave en cada una de las hojas.**
- **Al terminar el examen:**
  1. Digitalizar sus respuestas (por ejemplo, tomando una foto con el celular).
  2. Mandar la versión digitalizada a `heike@astro.unam.mx`

1. Dos esferas iguales de radio R tienen densidades de carga uniformes con la misma magnitud pero de signo contrario, $\pm\rho$. Las colocamos con una separación $d < 2R$, de modo que parte de ellas se traslapa (ver Figura 1). Demuestre que el campo eléctrico es constante en la región en la que se traslapan y encuentre su valor (magnitud y dirección).

2. Dos bolas pequeñas conductoras de masa m cuelgan de un hilo de seda de longitud L y tienen cargas iguales q como se muestra en la Figura 2. Suponga que el ángulo θ puede ser remplazado por su aproximación de sen $\theta \approx \theta$. Demuestre que para el equilibrio,

$$x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

3. Un segmento de alambre recto de longitud L lleva una corriente i (ver Figura 3). Demuestre que la magnitud del campo magnético B asociado a este segmento producido a una distancia R del segmento a lo largo del bisector perpendicular, está dado por

$$B = \frac{\mu_o i}{2\pi R}\frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}.$$

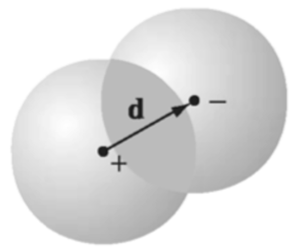

Figura 1: Figura del problema 1

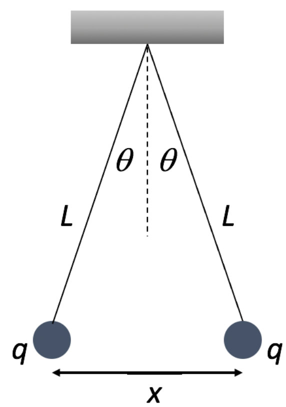

Figura 2: Figura del problema 2

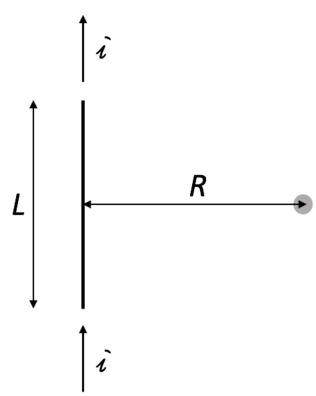

Figura 3: Figura del problema 3